

**Роберт Валерьевич Майер**

Глазовский государственный педагогический институт, доктор педагогических наук, доцент,  
профессор кафедры физики и дидактики физики, Глазов, Россия  
e-mail: robert\_maier@mail.ru

**Компьютерное моделирование решения задачи одним или несколькими учащимися**

*Аннотация.* Рассмотрена актуальная проблема имитационного моделирования процесса решения задачи, состоящей из  $m$  элементарных операций, одним и несколькими учащимися. Методом статистических испытаний изучены следующие ситуации: 1) решение задачи учеником, делающим заданное количество попыток; 2) решение задачи учеником за ограниченный промежуток времени; 3) решение задачи группой учеников, работающих независимо; 4) решение задачи группой учеников, при условии, что первый решивший через небольшое время демонстрирует свое решение на доске, подсказывая остальным. Для первой и второй ситуации считается, что вероятность выполнения элементарных операций одинакова. Методом статистических испытаний получены графики зависимостей вероятности решения задачи от вероятности правильного выполнения элементарных операций. Для третьей и четвертой ситуаций определено время, в течение которого задачу решит половина и  $\frac{9}{10}$  класса, а также получены графики зависимостей количества учеников, решивших задачу от времени при различной степени эффективности подсказки.

*Ключевые слова:* вероятностный автомат, задача, моделирование, методика преподавания, программирование, обучение, ученик.

**Robert V. Mayer**

Glazov State Pedagogical Institute, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,  
Professor of the Department of Physics and Didactic of Physics, Glazov, Russia  
e-mail: robert\_maier@mail.ru

**Computer Simulation of the Problem Solution by One or Several Schoolchildren**

*Abstract.* The actual problem of simulation modeling of the task solving process consisting of  $m$  elementary operations by one and several students is considered. The following situations are studied by the method of statistical tests: 1) problem solving by a student making a given number of attempts; 2) problem solving by a student for a limited period of time; 3) problem solving by a group of students working independently; 4) problem solving by a group of students, provided that the first one who solved it after a short time demonstrates his solution on the blackboard, prompting the others. For the first and second situations, it is assumed that the probability of performing elementary operations is the same. By the method of statistical tests, the dependences graphs of the problem solving probability on the elementary operations correct execution probability are obtained. For the third and fourth situations, the time during which half and nine tenths of the class will solve the problem is determined, and dependencies graphs of the students' number who solved the problem on time with varying degrees of prompt effectiveness are obtained.

*Keywords:* probabilistic automaton, task, modeling, teaching methods, programming, training, school pupil.

**Введение (Introduction)**

Обучение можно представить как чередование двух процессов: 1) сообщение информации учителем; 2) выполнение учеником специально подобранных учебных заданий (решение задач, перевод текстов, написание сочинений, создание компьютерных программ и т. д.). Прослушивание докладов, конспектирование лекции, просмотр учебного фильма, чтение учебника, поиск информации в интернете можно также рассматривать как выполнение соответствующего учебного задания, заключающегося в осуществлении определенной последовательности действий. Поэтому проблема поиска закономерностей выполнения учениками учебных заданий актуальна.

Один из методов исследования дидактических процессов — метод имитационного (компьютерного) моделирования [1; 2]. При этом осуществляется абстрагирование и формализация ситуации, ученики заменяются абстрактными моделями (например, вероятностными автоматами), создается компьютерная программа, моделирующая их деятельность. Для получения статистически значимых результатов проводят серию вычислительных экспериментов, получают массив выходных данных, которые подвергаются статистической обработке. При достаточно большом количестве испытаний получающиеся значения приобретают статистическую устойчивость и могут рассматриваться как харак-

теристики функционирования исследуемой дидактической системы. Результаты моделирования с соответствующими уточнениями могут быть распространены на реальную группу учащихся, решающих задачу.

Цель статьи — создать компьютерные модели решения учебной задачи одним и несколькими учащимися, провести серию вычислительных экспериментов и с использованием метода статистических испытаний выявить закономерности исследуемого процесса, проанализировать получающиеся результаты.

### Методы (Methods)

Исследование опирается на работы следующих ученых: Р. Аткинсон, Г. Бауэр и З. Кротерс [3], Р. Буш и Ф. Мостеллер [4], В. Ф. Венда [5], Н. Ф. Добрынина [6], Ю. А. Ивашкин и Е. А. Назойкин [7], В. Б. Кудрявцев, К. Вашик, А. С. Строгалов [8], Л. П. Леонтьев и О. Г. Гохман [9], Р. В. Майер [10; 11], Ф. С. Робертс [12], О. П. Свиридов [13], А. В. Соловов и А. А. Миншиков [14], В. Е. Фирстов [15]. При этом использовались такие методы исследования, как анализ и синтез, индукция и дедукция, качественное моделирование, логические рассуждения, математическое и компьютерное моделирование, программирование, метод построения графиков, метод статистических испытаний.

Сущность последнего метода в общих чертах состоит в следующем [1; 10]:

1. Создают компьютерную модель исследуемой системы (т. е. абстрактную модель ученика — АМУ), позволяющую получать вектор выходных сигналов ( $y_1, y_2, \dots, y_m$ ) при заданных векторе входных сигналов ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) и векторе внешних воздействий ( $F_1, F_2, \dots, F_k$ ).

2. Автоматически выполняют серию из 103–105 испытаний компьютерной модели, в ходе которых случайным образом изменяются входные сигналы и внешние воздействия.

3. Результаты вычислительного эксперимента обрабатывают статистическими методами и анализируют. При этом нет необходимости запоминать все входные и выходные величины, достаточно сохранить в памяти компьютера общие суммы различных исходов и количество испытаний, что поможет рассчитать вероятности того или иного исхода, средние значения величин, дисперсию и т. д. Всё это позволяет установить статистические характеристики исследуемой системы и закономерности ее поведения.

### Результаты и обсуждение (Results and Discussion)

В основе дискретно-стохастического подхода к формализации функционирования деятельности ученика лежит понятие вероятностного автомата — некоторого гипотетического устройства, которое при поступлении входного сигнала переходит из одного состояния в другое с заданной вероятностью [10; 11]. Ниже рассмотрено несколько ситуаций, предложены компьютерные модели, представлены результаты моделирования и проведен их анализ.

**Ситуация 1.** Ученик решает задачу из  $n = 10$  элементарных действий (ЭД). Вероятность правильного выполнения каждого действия приблизительно одинакова и равна  $p$ . В случае ошибки ученик возвращается к началу задачи и все ЭД начинает выполнять сначала. Из-за утомления он

совершает не более  $N_p$  попыток. Как зависит вероятность  $P$  решения задачи от  $p$ ?

Используется программа ПР-1:

```
uses crt, graphABC; const M=10000; Var x,D,t,
pr,tsr,p_op:single; t0,S,isp,N_popitok,uspeh,
popitka,i,j,n:integer; Label ml, m2;
BEGIN For j:=0 to 10 do begin {t0:=100-20*j}
t0:=100; N_popitok:=1+3*j; MoveTo(0,0);
For i:=1 to 200 do begin p_op:=0.01*i; S:=0;
isp:=0; Repeat inc(isp); t:=0; popitka:=0;
Repeat n:=0; inc(popitka); Repeat t:=t+1;
x:=random(100)/100; If x<p_op then inc(n) else
goto ml; until (n=10); inc(uspeh); If t<t0
then inc(S); goto m2; ml: until (popitka>=
N_popitok){or (t>=t0)}; m2: until isp>=20000;
Lineto(50+round(600*p_op), 600-round(S/isp*500));
end; end; end.
```

Для решения задачи ученик должен последовательно выполнить  $n$  ЭД. Чтобы промоделировать выполнение действия с вероятностью  $p$ , используют метод определения исходов по жребию: компьютер берет случайное число  $x$  из интервала  $[0; 1]$  и проверяет условие  $x < p$ . Если оно выполняется, то действие  $D_i$  считается успешно выполненным, счетчик выполненных ЭД  $N_p$  увеличивается на 1. Если  $x > p$ , то данная попытка решения задачи провалилась, номер попытки  $n_p$  увеличивается на 1, а  $N_p$  не изменяется; компьютер снова «начинает решать задачу» с действия  $D_i$ . Если число предпринятых попыток  $n_p$  достигло  $N_p$ , а задача не решена, то счетчик решенных задач не изменяется. Если «ученик смог решить задачу», пока  $n_p$  не превысило  $N_p$ , то счетчик решенных задач  $R_z$  увеличивается на 1. Используется метод статистических испытаний: компьютер моделирует многократное ( $M = 10^4$ ) решение задачи и определяет вероятность  $P = R_z/M$ , которая выводится на экран в цифровом виде. Для построения графика зависимости  $P$  от числа попыток  $N_p$  всё это повторяется в цикле при различных значениях  $N_p$ ; для каждого случая строится график (рис. 1.1). Видно, что: 1) график  $P(p)$  похож на возрастающую логистическую кривую, которая с увеличением  $p$  стремится к 1; 2) при увеличении числа попыток  $N_p$  кривая  $P(p)$  смещается влево, стремясь к некоторому предельному положению. Из графиков, в частности, следует, что при  $p < 0,5$  даже большое количество попыток, предпринятых учеником, не приведет к решению задачи.

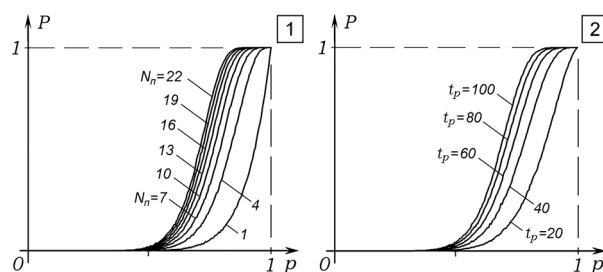


Рис. 1. Графики зависимостей вероятности решения задачи  $P$  от  $p$

**Ситуация 2.** Ученик пытается решить задачу из  $n = 10$  ЭД за ограниченное время  $t_p$ . Вероятность правильного выполнения каждого действия приблизительно одина-

кова и равна  $p$ , а время выполнения  $t_p = 1$ . В случае ошибки ученик возвращается к началу задачи и все действия начинают выполнять сначала. Как зависит вероятность  $P$  решения задачи учеником за определенное время  $t_p$  от вероятности  $p$ ?

Эта ситуация моделируется с помощью программы ПР-1, в которой необходимо раскомментировать операторы с  $t_p$  и закомментировать рядом стоящие операторы с  $N_p$ . Получающиеся графики  $P(p)$  при различных значениях  $t_p$  представлены на рис. 1.2. Видно, что при увеличении времени, отводимого на решение задачи  $t_p$ , кривая  $P(p)$  смещается влево, стремясь к некоторому предельному положению. То есть при  $p < 0,5$  ученик даже за большое время  $t_p$  не решит задачу.

**Ситуация 3.** Имеется класс из  $N = 50$  учеников, уровень знаний которых подчиняется нормальному закону распределения:

$$f(Z_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(Z_i - Z_{cp})^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1)$$

где  $Z_{cp}$  — средний уровень знаний,  $\sigma$  — среднее квадратическое отклонение,  $i$  — номер ученика. Учитель формулирует задачу, состоящую из  $m$  ЭД, сложность  $c_j$  которых убывает по экспоненциальному закону:

$$c_1, c_2 = c_1 \exp(-b), c_3 = c_1 \exp(-2b) \dots, c_m = c_1 \exp(-(m-1)b). \quad (2)$$

Вероятность выполнения  $i$ -м учеником  $j$ -го действия:

$$p_i = 1/[1 + \exp(-\alpha(Z_i - c_j))]. \quad (3)$$

Необходимо определить средние значения времени  $T$ , за которые задачу решат  $0,1N$ ,  $0,5N$  и  $0,9N$  учеников.

В программе задается матрица  $Z[i]$  из  $N$  элементов, равных уровням знаний  $N$  учеников, которые принимают случайные значения, подчиняющиеся нормальному распределению с  $\sigma = 0,3$  и  $Z_{cp} = 5$ . Создается также матрица сложностей операций  $Slogn[j] = c_j$ ,  $m$  элементов которой уменьшаются по экспоненциальному закону. Процесс решения задачи группой учеников моделируется в цикле по времени. В каждой итерации время увеличивается с шагом 1, перебираются все  $N$  учеников и моделируется выполнение  $i$ -м учеником соответствующей  $j$ -й операции как случайный процесс. Вероятность выполнения действия  $p_i$  вычисляется, исходя из сложности операции  $Slogn[j]$  и уровня знаний  $i$ -го ученика  $Z[i]$ . Если операция выполнена правильно, то  $i$ -й ученик переходит к  $(j + 1)$ -й операции, которая выполняется в следующий дискретный момент времени. При успешном выполнении  $i$ -м учеником всех  $m$  операций считается, что им задача решена. На экране строится график зависимости количества учеников  $N'$ , решивших задачу, от времени. После первой реализации этого процесса осуществляется вторая, третья и т. д.

На рисунке 2 представлены графики  $N'(t)$  для пяти реализаций процесса решения 50 учениками задачи из 20 операций. Видно, что сначала, пока  $t < t' \approx 20$  УЕВ (условная единица времени),  $N' = 0$ , а затем количество решивших задачу учеников  $N'$  увеличивается по закону, похожему на зависимость  $y(t) = 1 - \exp(-at)$ . На форму кривых влияют случайные факторы. В некоторых реализациях ученики с низкими  $Z_i$  долго не могут решить задачу (т. е.  $N' < N$ ). Внеся небольшие изменения в программу так, чтобы она выполняла  $10^4$  реализаций, удалось установить, что среднее время решения задачи:

1) 10 % учеников —  $T(0,1N) = 25,6$  УЕВ; 2) 50 % учеников —  $T(0,5N) = 39,3$  УЕВ; 3) 90 % учеников —  $T(0,9N) = 74,4$  УЕВ.

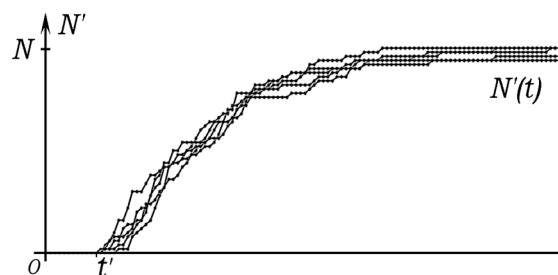


Рис. 2. Пять реализаций решения задачи группой учеников без подсказки

**Ситуация 4.** Класс из  $N = 25-50$  учеников решает задачу, состоящую из  $m$  ЭД. Самый первый ученик, решивший задачу, в течение времени  $\Delta t$  оформляет ее в тетради, а затем выводит свое решение на экран (или пишет на доске). В результате подсказки уровень знаний других учеников повышается на  $\Delta Z$ . Найти время, в течение которого задачу решат: 1)  $0,5N$  учеников; 2)  $0,9N$  учеников. Постройте графики изменения состояния класса.

Используется компьютерная программа аналогичная предыдущей. В ней осуществляется последовательное моделирование 5–50 реализаций процесса решения задачи группой учеников. Алгоритм одной реализации исследуемого процесса состоит в следующем:

1. Создать класс из  $N = 50$  учеников с заданными уровнями знаний  $Z[i]$ , подчиняющимися нормальному распределению (1).

2. Создать задачи с заданными сложностями ЭД  $Slogn[k]$ , уменьшающимися по экспоненциальному закону (2);  $flag = 0$ .

3. Начало цикла по времени  $t$  с шагом 1.

3.1. Начало цикла по  $i$  от 1 до  $N$  (перебор всех учеников).

3.1.1. Вычислить вероятности  $p(i, k[i])$  выполнения  $i$ -м учеником  $k[i]$ -го действия (с учетом подсказки, если  $flag = 1$ ) по формуле (3).

3.1.2. Промоделировать выполнения  $i$ -м учеником  $k[i]$ -го ЭД.

3.1.3. Если  $i$ -й ученик выполнил  $k[i]$ -е ЭД, то  $k[i]$  увеличить на 1, а иначе  $k[i] = 1$ .

3.1.4. Если  $i$ -й ученик решил задачу ( $k[i] = m$ ), то  $flag = 1$ .

Конец цикла по  $i$ .

3.2. Подсчет числа учеников  $N'$ , решивших задачу, вывод на экран.

Конец цикла по времени  $t$ .

Модель учитывает, что если один из учеников решил задачу, то через время  $\Delta t$  он подсказывает остальным ученикам; при этом их знания увеличиваются на величину  $\Delta Z$ :  $Z'_i = Z_i + \Delta Z$ . Допустим, в классе 50 учеников ( $Z_{cp} = 5$ ,  $\sigma = 0,3$ ), а в задаче 20 операций, сложность которых 8; 6–5; 5,4; 4,4 и т. д. Из результатов моделирования следует, что в отсутствие подсказок (все ученики работают независимо) половина класса решит задачу за  $41 \pm 7$  УЕВ, а 90 % класса — за  $80 \pm 17$  УЕВ. Если ученик, решивший задачу первым, через время  $\Delta t = 3$  УЕВ подсказает решение так,

что  $\Delta Z = 2$ , то половина класса решит задачу за  $39 \pm 5$  УЕВ, а 90 % класса — за  $50 \pm 3$  УЕВ.

Типичные графики зависимостей количества учеников, решивших задачу, от времени  $N'(t)$  представлены на рисунке 3. Первый ученик решает задачу за  $t' \approx 20$  УЕВ и через время  $\Delta t = 5$  УЕВ (т. е. в момент  $t'' \approx 25$  УЕВ) сообщает свое решение всему классу. Графики  $N'(t)$  при  $\Delta Z = 5$  представлены на рис 3.1, а при  $\Delta Z = 10$  — на рис 3.2. В обоих случаях промоделировано 15 реализаций исследуемого процесса. Видно, что после подсказки количество учеников, правильно решивших задачу, резко увеличивается до величины  $N = 50$ .

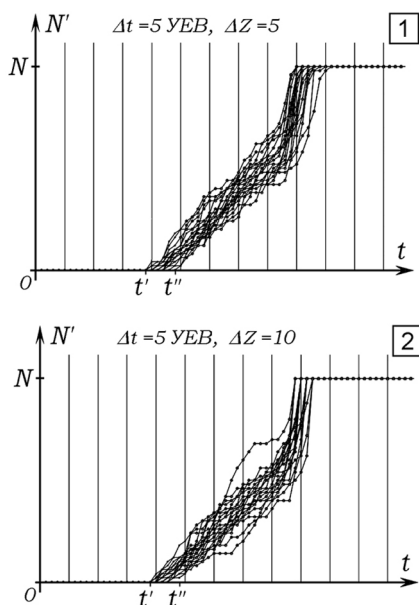


Рис. 3. Моделирование решения задачи группой из 50 учеников с подсказкой

Было осуществлено моделирование при различных значениях  $\Delta t$  и  $\Delta Z$ . Оказалось, что среднее время решения 10 % и 50 % учеников не зависит от подсказок и остается практически неизменным. Среднее время решения задачи 90 % учеников по мере увеличения  $\Delta Z$  при  $\Delta t = 5$  УЕВ

уменьшается от 74 до 46 (табл.). Это объясняется тем, что подсказка в первую очередь влияет на решение задачи слабыми учениками, увеличивая их шансы, а сильные ученики могут решить задачу и без подсказки.

**Результаты вычислительного эксперимента**  
( $\Delta t = 5$  УЕВ).

Среднее время решения	$\Delta Z = 0$	$\Delta Z = 1$	$\Delta Z = 2$	$\Delta Z = 3$	$\Delta Z = 5$	$\Delta Z = 10$
T(0,1N) (10 % учеников)	25,6	25,6	25,6	25,5	25,4	25,5
T(0,5N) (50 % учеников)	39,3	39,0	39,2	39,1	38,9	39,3
T(0,9N) (90 % учеников)	74,4	57,4	50,2	47,2	45,8	45,8

**Заключение (Conclusion)**

В статье обсуждается проблема решения задачи одним или несколькими учениками. Используется метод статистических испытаний, для моделирования деятельности ученики заменяются вероятностными автоматами. При этом разработаны алгоритмы, созданы компьютерные программы и промоделированы следующие ситуации: 1) решение задачи из  $m$  операций учеником, делающим заданное количество попыток; 2) решение задачи из  $m$  операций учеником за ограниченный промежуток времени; 3) решение задачи группой учеников, работающих независимо; 4) решение задачи группой учеников, при условии, что первый решивший через время  $\Delta t$  демонстрирует свое решение на доске, подсказывая остальным. Степень эффективности подсказки характеризуется приростом знаний  $\Delta Z$  у учеников, получивших подсказку. Для первой и второй ситуации методом статистических испытаний получены графики зависимостей вероятности решения задачи от вероятности правильного выполнения элементарных операций. Для третьей и четвертой ситуаций определено время, в течение которого задачу решит половина и  $9/10$  класса, а также получены графики зависимостей количества учеников, решивших задачу от времени при различных  $\Delta Z$ .

**Библиографический список**

1. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука / пер. с англ. М. : Мир, 1978. 418 с.
2. Ядровская М. В. Модели в педагогике // Вестн. Том. гос. ун-та. 2013. № 366. С. 139–143.
3. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс Э. Введение в математическую теорию обучения / пер. с англ. М. : Мир, 1969. 486 с.
4. Bush R. R., Mosteller F. Stochastic Models for Learning // Selected Papers of Frederick Mosteller. Eastford : Martino Publishing, 2012. 382 p.
5. Венда В. Ф. Системы гибридного интеллекта: Эволюция, психология, информатика. М. : Машиностроение, 1990. 448 с.
6. Добрынина Н. Ф. Математические модели распространения знаний и управление процессом обучения студентов // Фундаментальные исследования. 2009. № 7–S. С. 7–9.
7. Ивашкин Ю. А., Назойкин Е. А. Мультиагентное имитационное моделирование процесса накопления знаний // Программные продукты и системы. 2011. № 1. С. 47–52.
8. Об автоматном моделировании процесса обучения / В. Б. Кудрявцев, К. Вашик, А. С. Строгалов [и др.] // Дискретная математика. 1996. Т. 8, вып. 4. С. 3–10. DOI: 10.4213/dm554
9. Леонтьев Л. П., Гохман О. Г. Проблемы управления учебным процессом: математические модели. Рига : Зинатне, 1984. 239 с.
10. Майер Р. В. Исследование математических моделей дидактических систем на компьютере : моногр. Глазов : Глазов. гос. пед. ин-т, 2018. 160 с.



11. Майер Р. В. О применении методов математического и имитационного моделирования для исследования дидактических систем // Вестн. Балт. федер. ун-та им. И. Канта. Сер. : Филология, педагогика, психология. 2019. № 2. С. 102–111.
12. Робертс Ф. С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам / пер. с англ. А. М. Раппопорта, С. И. Травкина. М. : Наука, 1986. 496 с.
13. Свиридов А. П. Основы статистической теории обучения и контроля знаний. М. : Высшая школа, 1981. 262 с.
14. Соловов А. В., Меньшиков А. А. Дискретные математические модели в исследовании процессов автоматизированного обучения // Образовательные технологии и общество. 2001. Т. 4, № 2. С. 205–210.
15. Фирстов В. Е. Математические модели управления дидактическими процессами при обучении математике в средней школе на основе кибернетического подхода : дис. ... д-ра пед. наук. Саратов, 2010. 460 с.

### References

- Atkinson R., Bower G., Grothers E. (1969) *[An Introduction to the Mathematical Learning Theory]\**. Moscow, Mir Publ., 486 p. (in Russian)
- Bush R. R., Mosteller F. (2012) *Stochastic Models for Learning, Selected Papers of Frederick Mosteller*. Eastford, Martino Publishing, 382 p. (in English)
- Dobrynina N. F. (2009) *Matematicheskie modeli rasprostraneniya znaniy i upravlenie protsessom obucheniya studentov [Mathematical Models of Knowledge Dissemination and Management of Students' Learning Process]\**, *Fundamental'nye issledovaniya [Fundamental Research]\**, no. 7–S, pp. 7–9. (in Russian)
- Firstov V. E. (2011) *Matematicheskie modeli upravleniya didakticheskimi protsessami pri obuchenii matematike v srednei shkole na osnove kiberneticheskogo podkhoda [Mathematical Models of the Didactic Processes Control in Teaching Mathematics in Secondary School Based on a Cybernetic Approach]\**, Dr. ped. sci. diss. Saratov, 460 p. (in Russian)
- Ivashkin Yu. A., Nazoikin E. A. (2011) *Mul'tiagentnoe imitatsionnoe modelirovanie protsessa nakopleniya znaniy [Multi-agent Simulation Modeling of the Process of Knowledge Accumulation]\**, *Programmnye produkty i sistemy [Software & Systems]*, no. 1, pp. 47–52. (in Russian)
- Kudryavtsev V. B., Vashik K., Strogalov A. S., Aliseichik P. A., Peretrukhin V. V. (1996) *Ob avtomatnom modelirovanii protsessa obucheniya [On Automaton Modeling of the Learning Process]\**, *Diskretnaya matematika [Discrete Mathematics]\**, vol. 8, issue 4, pp. 3–10, doi: 10.4213/dm554 (in Russian)
- Leon'tev L. P., Gokhman O. G. (1984) *Problemy upravleniya uchebnym protsessom: matematicheskie modeli [Problems of Educational Process Control: Mathematical Models]\**. Riga, Zinatne Publ., 239 p. (in Russian)
- Maier R. V. (2018) *Issledovanie matematicheskikh modelei didakticheskikh sistem na komp'yutere [Research of Mathematical Models of Didactic Systems on a Computer]\**. Glazov, Glazovskii gosudarstvennyi pedagogicheskii institut Publ., 160 p. (in Russian)
- Maier R. V. (2019) *O primenenii metodov matematicheskogo i imitatsionnogo modelirovaniya dlya issledovaniya didakticheskikh sistem [Application of the Mathematical Modelling and Simulation Methods to the Study of Didactic Systems]*, *Vestnik Baltiiskogo federal'nogo universiteta imeni I. Kanta. Seriya: Filologiya, pedagogika, psikhologiya [Bulletin of the Baltic Federal University Named After I. Kant. Series: Philology, Pedagogy, Psychology]\**, no. 2, pp. 102–111. (in Russian)
- Roberts F. S. (1986) *[Discrete Mathematical Models with Application to Social, Biological and Environmental Problem]*. Moscow, Nauka Publ., 496 p. (in Russian)
- Shannon R. (1978) *[Systems Simulation The Art and Science]*. Moscow, Mir Publ., 418 p. (in Russian)
- Solovov A. V., Men'shikov A. A. (2001) *Diskretnye matematicheskie modeli v issledovanii protsessov avtomatizirovannogo obucheniya [Discrete Mathematical Models in the Study of Automated Learning Processes]\**, *Obrazovatel'nye tekhnologii i obshchestvo [Educational Technology & Society]*, vol. 4, no. 2, pp. 205–210. (in Russian)
- Sviridov A. P. (1981) *Osnovy statisticheskoi teorii obucheniya i kontrolya znaniy [Fundamentals of Statistical Theory of Learning and Knowledge Control]\**. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 262 p. (in Russian)
- Venda V. F. (1990) *Sistemy gibridnogo intellekta: Ehvol'yutsiya, psikhologiya, informatika [Systems of Hybrid Intelligence: Evolution, Psychology, Computer Science]\**. Moscow, Mashinostroenie Publ., 448 p. (in Russian)
- Yadrovskaya M. V. (2013) *Modeli v pedagogike [Models in Pedagogics]\**, *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta [Tomsk State University Journal]\**, no. 366, pp. 139–143. (in Russian)

\*Перевод названий источников выполнен автором статьи / Translated by the author of the article.