

Роберт Валерьевич Майер

Глазовский государственный педагогический институт имени В. Г. Короленко,
доктор педагогических наук, доцент, Глазов, Россия
e-mail: robert_maier@mail.ru

Изменение сложности изучаемых понятий и теоретических моделей с возрастом ученика

Аннотация. Анализируется проблема зависимости дидактической сложности изучаемых понятий и теоретических моделей от возраста обучаемого (школьника, студента). Сложность понятия (термина) можно охарактеризовать количеством слов из тезауруса пятиклассника, необходимых для объяснения его значения. Для нахождения сложности теоретической модели объекта (например, атома) необходимо просуммировать сложности всех слов, составляющих описание модели, и учесть показатель разнообразия терминов. Построены графики зависимостей: 1) сложности самых трудных для понимания терминов от года обучения; 2) сложности различных теоретических моделей атома от года обучения в школе и вузе. В обоих случаях получились возрастающие кривые, похожие на параболу, соответствующие увеличению сложности почти в сто раз.

Ключевые слова: информативность, понятия, свертывание информации, сложность, термины, текст.

Robert V. Maier

The Glazov Korolenko State Pedagogical Institute, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Glazov, Russia
e-mail: robert_maier@mail.ru

Change in the Complexity of the Studied Concepts and Theoretical Models with the Age of the Student

Abstract. The problem of the dependence of the didactic complexity of the studied concepts and theoretical models on the age of the student (schoolchild, student) is analysed. The complexity of a concept (term) can be characterized by the number of words from a fifth-grader's thesaurus needed to explain its meaning. To find the complexity of a theoretical model of an object (for example, an atom), it is necessary to sum up the complexities of all the words that make up the description of the model and take into account the indicator of the variety of terms. Dependency graphs were built: 1) the complexity of the most difficult terms for understanding from the year of study; 2) the complexity of various theoretical models of the atom from the year of study at school and university. In both cases, the resulting curves are ascending, like a parabola, corresponding to an increase in complexity by almost a hundred times.

Keywords: informative value, concept, information folding, complexity, terms, text.

По мере обучения в школе растут интеллектуальные способности школьников, в результате они приобретают способность овладевать всё более сложными понятиями и теоретическими моделями. Интерес представляет проблема зависимости сложности понятий и моделей от момента их изучения. Во сколько раз возрастает сложность усваиваемых элементов учебного материала за время обучения в школе? Как изменяется дидактическая сложность теоретических моделей, изучаемых в вузе? Для ответа на эти вопросы может быть использован метод подсчета терминов с учетом их семантической сложности [1].

Цель статьи — используя метод подсчета терминов с учетом их сложности, определить сложность физических, математических понятий и теоретических моделей, усваиваемых в различные годы обучения. Методологической основой исследования стали работы Ю. А. Шрейдера,

А. А. Шарова, В. И. Новосельцева, Б. В. Тарасова, В. К. Голикова, Б. Е. Демина [2] (системный подход), Б. М. Величковского [3], М. А. Холодной [4] (психодидактика и теория обучения); В. П. Беспалько, Я. А. Микка [5], А. М. Сохора (теория учебных текстов), О. В. Зеркаль [6], И. П. Кузнецова, Н. М. Соломатина (семантическая информация), Б. Дэвиса, Д. Сумары [7] (сложность дидактических объектов), А. И. Уемова, С. И. Шапиро (свертывание знаний), Н. К. Криони, А. Д. Никина, А. В. Филлиповой [8], И. В. Оборновой [9] (автоматизированная оценка сложности текстов).

Обсуждение

Как известно, объективный результат мыслительной деятельности человека — высказываемые им слова и предложения [3; 4]. Мышление неразрывно связано с речевой деятельностью. Мысль отличается от ощущений тем, что она выражается с помощью слов. Важная форма мышле-

ния — понятия, в них отражаются общие и существенные свойства объектов и явлений. Понятия обозначаются словами (научными терминами) и служат результатом обобщения и абстрагирования. Обучение приводит к углублению понятий, к повышению их абстрактности и информационной емкости. Другая форма мышления — суждения, отражающие связи между объектами и их свойствами. Описание объекта состоит из совокупности суждений и может рассматриваться как его логико-семантическая модель. Дидактическая сложность таких моделей зависит от сложности структуры предложений, разнообразия и степени абстрактности используемых понятий.

Важный признак интеллекта — обучаемость, т. е. способность понимать и запоминать новую информацию. Психологи различают два вида памяти: эпизодическую, имеющую автобиографический характер, и семантическую, в которой хранится безличностное знание [3]. Семантическая память содержит субъективный тезаурус, т. е. систему понятий и связей между ними, а также правила и алгоритмы, применяемые при решении различных задач. Результат обучения во многом зависит от степени развития вербального интеллекта обучаемого, которая определяется его запасом слов и умением понимать прочитанное [4]. Можно предположить, что возможность использования учеником сложных понятий и теоретических моделей в первую очередь определяется его уровнем интеллектуального развития, способностью припоминать информацию, свертывать и развертывать знания. Поэтому сложность самых абстрактных понятий и теоретических моделей, усвоенных учеником, может рассматриваться как показатель уровня развития вербального интеллекта.

Под свертыванием знаний понимается уплотнение и сжатие информации, уменьшение ее объема за счет более краткого и обобщенного изложения, которое приводит к образованию новых научных понятий (концептов). При этом уменьшается физический объем сообщения без потерь информативности. От степени свернутости информации зависит смысловая сложность слова; она фактически показывает его информационную емкость или степень концентрации знаний. Одна из причин, по которой младший школьник не может усвоить сложное понятие (например, «производная») или теоретический вопрос (строение биологической клетки, орбитальная модель атома), состоит в том, что его мозг еще не научился свертывать информацию требуемым образом. Поэтому обучение осуществляется поэтапно: школьник, теоретически изучив вопрос, выполняет учебные задания, стараясь применить полученные знания на практике. В результате у него формируются соответствующие интеллектуальные умения и навыки, а полученные теоретические знания «кристаллизуются», включаются в систему уже имеющихся знаний. Затем происходит изучение следующей порции учебного материала и т. д.

Результаты исследования

Интеллектуальные способности человека характеризуются разнообразием и сложностью решаемых задач, используемых научных понятий и теоретических моделей. Для оценки их увеличения предлагается оценить семантическую сложность самых абстрактных научных понятий, усвоенных человеком. Рассмотрим математические и фи-

зические понятия, которые отличаются высоким уровнем абстрактности.

Семантическая сложность понятия (концепта) характеризуется **коэффициентом свернутости информации (КСИ)** относительно некоторого тезауруса Z_0 (например, тезауруса пятиклассника). Он равен количеству семантической информации в данном понятии Π и определяется путем подсчета количества слов в его объяснении, содержащем только слова из тезауруса Z_0 . Для нахождения КСИ необходимо дать определение O понятию Π , а также понятиям Π_1, Π_2, \dots , входящим в O , используя только слова из тезауруса Z_0 ; а затем следует сосчитать общее число использованных слов.

Например, удельное сопротивление меди — *сопротивление медного проводника, умноженное на площадь поперечного сечения и деленное на его длину*. Сопротивление — *отношение напряжения на концах проводника к силе тока*. Напряжение — *разность потенциалов*. Сила тока — *заряд, протекающий через проводник за 1 с*. Потенциал — *отношение потенциальной энергии заряда, внесенного в данную точку поля, к величине этого заряда*. Потенциальная энергия — *работа по перемещению заряда из данной точки поля в бесконечность*. Работа — *произведение силы на перемещение на косинус угла между ними*. Общее количество выделенных курсивом слов — 46.

Другой подход состоит в том, чтобы, используя метод парных сравнений, все слова разделить на шесть категорий, сложность которых принимает значения 1, 2, 4, 8, 16, 32. При этом следует учитывать возможность наблюдения обозначаемого объекта (явления) в повседневной жизни, в школьной лаборатории, его пространственную и временную протяженность, вхождение оцениваемого понятия в тезаурусы среднестатистического первоклассника, пятиклассника и выпускника школы. Нами были выбраны наиболее характерные понятия, соответствующие 1–11-м классам общеобразовательной школы и 1–3-м курсам института по специальностям «Математика» и «Физика» [10; 11]. Результаты оценки их сложности представлены ниже в следующем формате: «понятие» (год изучения t , сложность S). Получилось так: сложить (1, 1); вычесть (1, 1); делить (3, 2); умножить (3, 2); десятичная дробь (4, 6); атом (5, 8); молекула (5, 8); клетка биологическая (6, 12); синус (7, 5); косинус (7, 5); функция (7, 15); дискриминант (8, 13); иррациональное число (8, 10); валентность (8, 30); проекция вектора (9, 7); электромагнитная индукция (9, 16); дифракция (9, 16); интерференция (9, 32); ядерная реакция (9, 16); дефект масс (9, 32); удельное сопротивление (9, 30); ядерные силы (9, 39); предел (10, 32); производная (10, 65); большой взрыв (11, 16); ген (11, 32); скалярное произведение векторов (11, 40); интеграл (11, 86); орт (12, 10); момент инерции (12, 32); векторное произведение (12, 63); градиент (12, 75); оператор набла (12, 109); поток вектора (через интеграл) (13, 140); частная производная (13, 76); дивергенция вектора (14, 154). Подробное описание оценки сложности математических понятий можно найти в статье [12]. Значение $t = 14$ соответствует обучению студента на 3-м курсе вуза.

Нанесем точки, соответствующие перечисленным понятиям, на координатную плоскость (рис. 1), образованную осями времени и сложности. Точки, визуализирующие наиболее сложные понятия, соединим линией. Видно, что

получившаяся кривая разбивает плоскость на две области: запрещенную и разрешенную. Изучаемые понятия находятся под кривой в разрешенной области; «заходить» в запрещенную область (т. е. слишком рано изучать сложные понятия) не рекомендуется. Сложность самых сложных понятий за время обучения в школе ($t = 1-11$) возрастает почти в 90 раз.

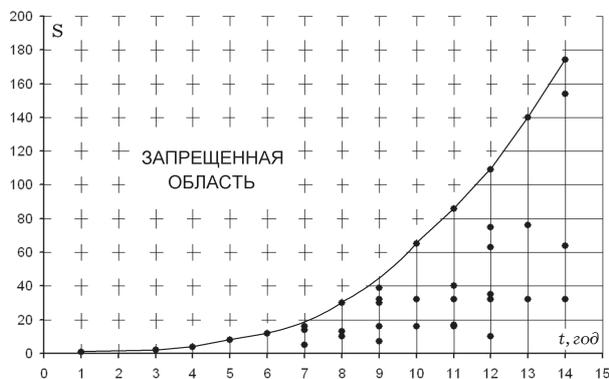


Рис. 1. Зависимость максимальной сложности понятий от года обучения

Всё это хорошо согласуется с известными фактами. Сначала ребенок оперирует простыми понятиями (вода, тарелка, человек и т. д.). По мере обучения в школе его тезаурус расширяется со скоростью 5–10 слов в день. С каждым годом он усваивает и использует новые научные термины, некоторые из которых имеют высокую степень абстрактности. Психологи установили, что по мере взросления происходят не только количественные, но и качественные изменения интеллекта: изменяются его свойства и структура. Во время обучения у школьников и студентов развивается способность свертывать знания и усваивать более абстрактные понятия, несущие большое количество семантической информации [3; 4]. Это сопровождается увеличением среднего количества слов в произносимых предложениях от 2–3 до 8–10.

Определенный интерес представляет собой проблема изменения сложности представлений ученика (студента) о некотором объекте по мере его изучения в школе (вузе). Этот вопрос удобно рассмотреть на примере различных логико-семантических моделей атома. Понятие «атом» используется во многих физических и химических теориях. Ученики работают с дидактической моделью атома, ставшей результатом адаптации соответствующих научных моделей. По мере изучения физики и химии эта модель эволюционирует от простых представлений о том, что атом — неделимая частица, до орбитальной модели атома. Сложность объекта (модели) тем выше, чем больше информативность краткого, но полного описания всех его существенных свойств. Поэтому, чтобы оценить сложность объекта, следует создать его логико-семантическую модель (т. е. текстовое описание) и определить количество содержащейся в ней семантической информации относительно некоторого тезауруса Z_0 [1]. В данном случае за Z_0 принят уровень знаний выпускника 5-го класса, еще не приступившего к изучению физики и химии. В нашей статье [13] предложен метод, позволяющий оценить количество семан-

тической информации в каждом описании модели атома, которое служит показателем ее сложности.

Анализ школьных учебников [10; 11] позволил выделить семь информационных блоков, из которых могут быть построены девять постепенно усложняющихся моделей атома (без модели Томсона, которая неверна). Для нахождения семантической сложности S_{SEM} получившихся текстов (описаний моделей) был применен следующий метод: 1) составляют список всех используемых в тексте понятий, количество которых обозначим через N ; его помещают в текстовый файл *slovar.txt*; 2) подсчитывают количества значимых слов в определениях понятий и находят их сложности s_i ($i = 1, 2, \dots, N$), которые записывают в файл *slovar.txt*; 3) с помощью специальной компьютерной программы *slozhnost.pas*, обращаясь к файлу *slovar.txt*, определяют число n_i упоминаний каждого i -го термина и число обычных слов N' , сложность которых равна 1; 4) программа, суммируя сложности всех терминов и остальных слов, вычисляет семантическую сложность текста: $S_{SEM} = N' + n_1s_1 + n_2s_2 + \dots + n_Ns_N$; 5) с помощью компьютерной программы рассчитывают показатель разнообразия PP , вычисляемый по формуле, похожей на формулу Шеннона:

$$PP = -\sum_{i=1}^{N_T} \frac{n_i}{N_T} \ln \left(\frac{n_i}{N_T} \right);$$

здесь $N_T = n_1 + n_2 + \dots + n_N$ — общее количество терминов в тексте, n_i — число использований i -го термина; 6) определяют дидактическую сложность $ДС$ описания каждой модели атома как произведение его семантической сложности S_{SEM} на показатель разнообразия PP .

В статье [13] представлены семь блоков, из которых могут быть собраны 11 теоретических моделей атома различной сложности. Например: Б-1. {Атомы — шарообразные частицы, которые имеют очень маленькую массу и радиус. Атомы соединяются друг с другом и образуют молекулы, из которых состоят различные тела.} Б-2. {Атом состоит из тяжелого, положительно заряженного ядра, вокруг которого по орбитам вращаются электроны. Атом электрически нейтрален, суммарный заряд всех электронов по модулю равен заряду ядра. Размер ядра в десятки тысяч раз меньше размера атома.} Б-3. {Ядро состоит из протонов и нейтронов, число электронов равно количеству протонов в ядре, а заряды электронов и протонов одинаковы. Существуют изотопы — атомы, у которых в ядре одинаковое число протонов и различные количества нейтронов.} [13, с. 106]. Также присутствуют блоки, в которых учитывается структура электронных слоев, элементы теории Бора, теория строения атомного ядра, орбитальная модель атома, использующая понятия «орбиталь», «магнитное квантовое число», «орбитальное квантовое число», «спин», «принцип Паули» и т. д.

Из семи информационных блоков получаются девять логико-семантических моделей атома, которые будем называть так: М-1, М-123, ..., М-123467 (цифры показывают номера составляющих их блоков). Для определения семантической сложности этих моделей соответствующие тексты (описания моделей) были помещены в файлы m1.txt, m123.txt, ..., m123467.txt. Из этих файлов получился список

используемых терминов и произведена оценка их сложностей s_i . Для этого использовался метод подсчета значимых слов в определениях, а также метод парных сравнений, в ходе которого карточки с терминами раскладывались на шкале сложности.

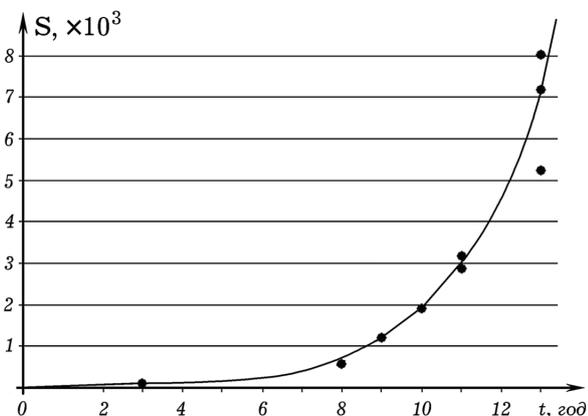


Рис. 2. Зависимость сложности изучаемой модели атома от времени обучения

В результате анализа школьных курсов физики и химии, а также вузовского курса общей физики удалось приблизительно установить время формирования той или иной модели атома в сознании школьника и студента, а также построить график зависимости сложности S усвоенных

представлений школьника и студента о строении атома от года обучения t (рис. 2). При этом предполагается, что после окончания школы выпускник поступает в вуз на физико-математическую специальность и в течение пяти семестров изучает курс общей физики. Видно, что дидактическая сложность логико-семантических моделей атома изменяется от 90 в 3-м классе до 8000 на 2-м курсе института. Получившаяся кривая приблизительно похожа на возрастающую ветвь параболы и соответствует увеличению интеллектуальных способностей среднестатистического школьника и студента.

Выводы

В статье проанализирована проблема увеличения сложности изучаемых понятий (концептов) и теоретических моделей при обучении в школе и на первых курсах вуза. Установлено, что по мере обучения в школе (в школе и вузе) способность учеников усваивать более сложные понятия возрастает примерно в 90 (180) раз. Сначала ребенок оперирует сравнительно простыми понятиями (человек, земля), затем более сложными (сложить, вычесть), а в конце обучения в школе ученик использует понятия с очень высокой степенью абстрактности (производная, интеграл). Аналогичным образом увеличивается сложность усваиваемых теоретических моделей, что было показано на примере модели атома. Дидактическая сложность логико-семантических моделей атома за время обучения в школе и в вузе увеличивается также примерно в 90 раз.

Библиографический список

1. Майер Р. В. Дидактическая сложность учебных текстов и ее оценка : моногр. Глазов : ГГПИ, 2020. 149 с.
2. Теоретические основы системного анализа / В. И. Новосельцев, Б. В. Тарасов, В. К. Голиков, Б. Е. Демин. М. : Майор, 2006. 592 с.
3. Величковский Б. М. Когнитивная наука: Основы психологии познания : в 2 т. М. : Смысл : Академия, 2006. Т. 1. 448 с.
4. Холодная М. А. Психология понятийного мышления: От концептуальных структур к понятийным способностям. М. : Институт психологии РАН, 2012. 288 с.
5. Микк Я. А. Оптимизация сложности учебного текста: В помощь авторам и редакторам. М. : Просвещение, 1981. 119 с.
6. Зеркаль О. В. Семантическая информация и подходы к ее оценке. Ч. 1. Семантико-прагматическая и логико-семантическая концепция // Философия науки. 2014. № 1 (60). С. 53–69.
7. Davis B., Sumara D. Complexity and Education. Inquiries Into Learning, Teaching, and Research. Mahwah ; New Jersey ; London : Lawrence Erlbaum Associates, 2006. 202 p.
8. Криони Н. К., Никин А. Д., Филиппова А. В. Автоматизированная система анализа сложности учебных текстов // Вестн. УГАТУ. 2008. Т. 11, № 1 (28). С. 101–107.
9. Оборнева И. В. Автоматизированная оценка сложности учебных текстов на основе статистических параметров : дис. ... канд. пед. наук. М., 2006. 165 с.
10. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б., Сотский Н. Н. Физика. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений. М. : Просвещение, 2004. 336 с.
11. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика. 11 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений. М. : Просвещение, 2004. 336 с.
12. Майер Р. В. Некоторые аспекты оценивания когнитивной сложности математических понятий // Вестн. Ом. гос. пед. ун-та. Гуманитар. исслед. 2020. № 3 (28). С. 122–126.
13. Майер Р. В. Оценка сложности различных дидактических моделей атома // Вестн. Ом. гос. пед. ун-та. Гуманитар. исслед.. 2020. № 1 (26). С. 104–107.

References

- Davis B., Sumara D. (2006) *Complexity and Education. Inquiries Into Learning, Teaching, and Research*. Mahwah, New Jersey, London, Lawrence Erlbaum Associates, 202 p. (in English)
- Kholodnaya M. A. (2012) *Psikhologiya ponyatiinogo myshleniya: Ot kontseptual'nykh struktur k ponyatiinym sposobnostyam*. Moscow, Institut psikhologii RAN Publ., 288 p. (in Russian)
- Krioni N. K., Nikin A. D., Filippova A. V. (2008) Avtomatizirovannaya sistema analiza slozhnosti uchebnykh tekstov. *Vestnik UGATU*, vol. 11, no. 1 (28), pp. 101–107. (in Russian)

- Maier R. V. (2020) *Didakticheskaya slozhnost' uchebnykh tekstov i ee otsenka*. Glazov, GGPI Publ., 149 p. (in Russian)
- Maier R. V. (2020) Nekotorye aspekty otsenivaniya kognitivnoi slozhnosti matematicheskikh ponyatii, *Vestnik Omskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Gumanitarnye issledovaniya*, no. 3 (28), pp. 122–126. (in Russian)
- Maier R. V. (2020) Otsenka slozhnosti razlichnykh didakticheskikh modelei atoma, *Vestnik Omskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Gumanitarnye issledovaniya*, no. 1 (26), pp. 104–107. (in Russian)
- Mikk Ya. A. (1981) *Optimizatsiya slozhnosti uchebnogo teksta: V pomoshch' avtoram i redaktoram*. Moscow, Prosveshchenie Publ., 119 p. (in Russian)
- Myakishev G. Ya., Bukhovtsev B. B. (2004) *Fizika. 11 klass*. Moscow, Prosveshchenie Publ., 336 p. (in Russian)
- Myakishev G. Ya., Bukhovtsev B. B., Sotskii N. N. (2004) *Fizika. 10 klass*. Moscow, Prosveshchenie Publ., 336 p. (in Russian)
- Novosel'tsev V. I., Tarasov B. V., Golikov V. K., Demin B. E. (2006) *Teoreticheskie osnovy sistemnogo analiza*. Moscow, Maior, 592 p. (in Russian)
- Oborneva I. V. (2006) *Avtomatizirovannaya otsenka slozhnosti uchebnykh tekstov na osnove statisticheskikh parametrov*, Cand. pedagogic. sci. diss. Moscow, 165 p. (in Russian)
- Velichkovskii B. M. (2006) *Kognitivnaya nauka: Osnovy psikhologii poznaniya: v 2 t.* Moscow, Smysl, Akademiya Publ., vol. 1, 448 p. (in Russian)
- Zerkal' O. V. (2014) Semanticheskaya informatsiya i podkhody k ee otsenke. Part 1. Semantiko-pragmaticheskaya i logiko-semanticheskaya kontseptsiya, *Filosofiya nauki*, no. 1 (60), pp. 53–69. (in Russian)